8 (ocho)

1° Parcial – 1° Cuatr. – 04 de Mayo de 1013 - Física II **TEMA 1**

Apellido y Nombres: [redacted] ......Padrón: [redacted] ..Nº de Hojas entregadas: 4..

Importante:

- Todas las expresiones utilizadas deben estar debidamente justificadas a partir de las leyes fundamentales correspondientes.
- Resolver cada problema en hojas separadas. Colocar nombre y apellido en cada hoja. Numerarlas.
- La prolijidad es tomada en cuenta para la evaluación de este examen.

B

MODULO 1:

Una distribución lineal de cargas de densidad uniforme λ= 1nC/m tiene forma de anillo circular de radio R= 10 cm. El anillo yace en el plano x-y con su centro en el origen de coordenadas. a) Grafique el módulo de E_z en función de z y explique cualitativamente la existencia de un máximo, b) Calcular el trabajo necesario para mover una carga q_0= 1nC entre z= + 10 cm y z= +30 cm. Repetir para un desplazamiento entre z= -10 cm y z=+ 30 cm. (ε_0=8.85 x 10^{-12} F/m)

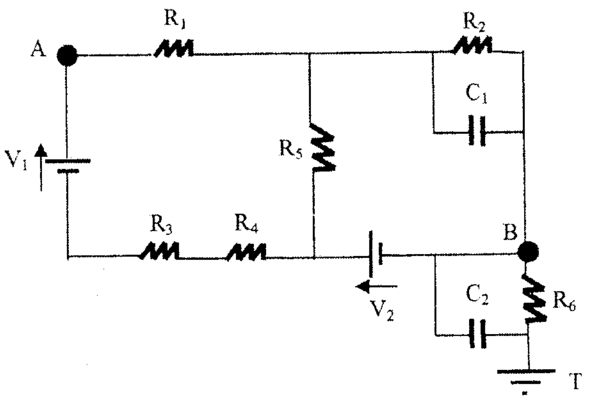
B

MODULO 2:

Un capacitor (C_1=270 pF) de placas planas paralelas tiene entre las mismas un aislante de ε_r=2. Dicho capacitor se carga a V_0=10 V, se desconecta de la fuente de alimentación y posteriormente se conecta sobre otro capacitor (C_2), inicialmente descargado, de placas planas paralelas de forma circular (R= 10 cm), separación entre placas d= 1 mm y aire por aislante. A) Una vez alcanzado el equilibrio calcular el campo eléctrico en el interior del segundo capacitor y las cargas de polarización sobre las caras del aislante del capacitor C_1 que están en contacto con las placas del mismo. B) En la condición del punto anterior se mueven las placas de C_2 hasta que la diferencia de potencial entre las placas alcanza 6.6 V. Determinar la nueva separación entre placas. (ε_0=8.85 x 10^{-12} F/m) Explique detalladamente las suposiciones y el desarrollo de los cálculos.

B

MODULO 3:



Dado el siguiente circuito de CC. En régimen estacionario, se pide calcular:

a. Las corrientes que circulan por cada resistencia.-
b. Las cargas *(valor, signos en cada chapa)* y energía almacenada en los capacitores.-
c. La diferencia de potencial entre A y B y entre A y T.-
d. Balance de Potencias.-

Datos:

V_1=10 V; V_2=15 V; R_1= R_2= 15Ω;
R_3= R_4= 5Ω; R_5= 10Ω; R_6= 10Ω ;
C_1= 30μF; C_2= 60μF

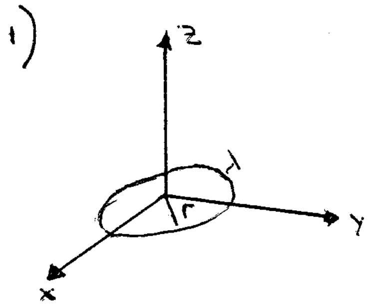
B

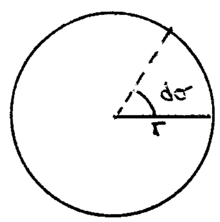
MODULO 4:

Un protón (q= 1.6 x 10^{-19} C, m=1.67 x 10^{-27} kg) se mueve dentro de un campo magnético $\vec{B}$ = -1 T $\hat{k}$. El protón describe una trayectoria con forma de hélice (un resorte) con radio de 1 mm y paso (lo que avanza en una vuelta) igual 6.28 mm. Deduzca la relación entre el radio de la hélice, el paso de la misma y la velocidad del protón. Calcule el módulo de la velocidad del protón.

Mejore prolijidad

1)





$d\bar{l} = r\, d\sigma$

$$\bar{r} = (0, 0, z) \quad \bar{r}' = (r\cos\sigma,\ r\,\mathrm{sen}\,\sigma,\ 0)$$

$$\bar{r} - \bar{r}' = (-r\cos\sigma,\ -r\,\mathrm{sen}\,\sigma,\ z)$$

$$|\bar{r} - \bar{r}'| = \sqrt{r^2 + z^2}$$

$$\bar{E} = K \int_0^{2\pi} \frac{\lambda\ (-r\cos\sigma,\ -r\,\mathrm{sen}\,\sigma,\ z)}{(r^2+z^2)^{3/2}}\, r\, d\sigma$$

$$\bar{E} = \frac{K\lambda r 2\pi z}{(r^2+z^2)^{3/2}}\ \hat{z} = \frac{\lambda r z}{2\varepsilon_0 (r^2+z^2)^{3/2}}$$

$$\frac{\partial E}{\partial z} = \frac{\lambda r 2\varepsilon_0 (r^2+z^2)^{3/2} - \lambda r z^2 \varepsilon_0\, 6\, (r^2+z^2)^{1/2}}{4\varepsilon_0^2 (r^2+z^2)^3}$$

$$\frac{\partial E}{\partial z} = 0 \iff \lambda r 2\varepsilon_0 (r^2+z^2)^{3/2} = \lambda r z^2 \varepsilon_0\, 6\, (r^2+z^2)^{1/2}$$

$$(r^2+z^2)^{3/2} = 3z^2 (r^2+z^2)^{1/2}$$

$$3z^2 = r^2 + z^2$$

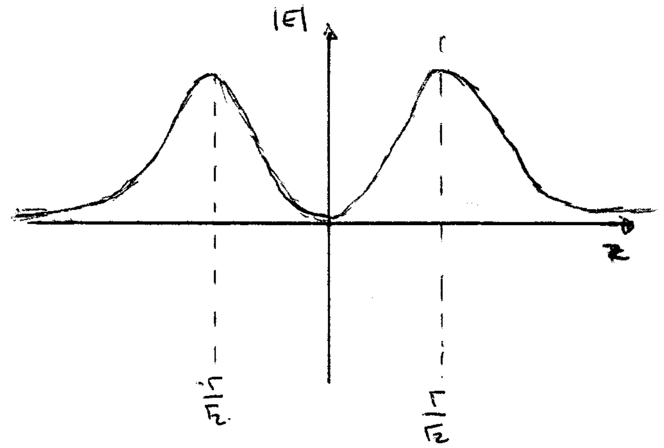
$$2z^2 = r^2$$

$$|z| = \frac{r}{\sqrt{2}}$$

$$\bar{E}(0) = \frac{\lambda r\, 0}{2\varepsilon_0 (r^2+0^2)^{3/2}} = 0$$

$$\lim_{z\to\infty} E(z) = \frac{\infty}{\infty} \quad \text{Applico L'Hopital.}$$

$$\lim_{z\to\infty} \frac{\lambda r}{6z^2\varepsilon_0 (r^2+z^2)^{1/2}} = 0$$



$$\bar{E} = \frac{K \lambda 2\pi r z}{(r^2+z^2)^{3/2}} \hat{z}$$

$$V(B) - V(A) = -\int_a^b \frac{K\lambda 2\pi r z}{(r^2+z^2)^{3/2}} dz$$

$$V(B) - V(A) = K \lambda 2\pi r \left(\frac{1}{\sqrt{r^2+b^2}} - \frac{1}{\sqrt{r^2+a^2}} \right)$$

$$W_{a \to b} = q \left(V_b - V_a \right)$$

Entre $z = 0{,}01$ m y $z = 0{,}03$ m

$$W = 10^{-9} C \cdot (-88{,}33 V) = -883 \mu J.$$

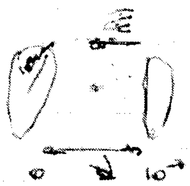
Entre $z = -0{,}01$ m y $z = 0{,}03$ m vale $-883 \mu J$, porque entre (-10 cm, 0 cm) y (0 cm, 10 cm) el campo es igual pero como el recorrido primero es en contra del campo y luego a favor; los trabajos se compensan.

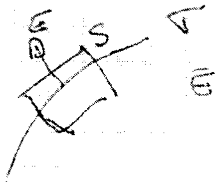
[redacted]

2) Primero calculo la carga almacenada en C_1

$$Q_1 = C_1 . V_0 = 270\,pF . 10V = 2{,}7\,nC$$

2º capacitor





$$\bar{E}\,S = \frac{\sigma . S}{\varepsilon_0}$$

$$\bar{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0 S}.$$

$$V_{(10^{-3}m)} - V_{(0)} = -\int_0^{10^{-3}} \frac{Q}{\varepsilon_0 S} . dx = \frac{Q\,10^{-3}}{\varepsilon_0 S}$$

Siendo circular la superficie. $S = \pi r^2 = \pi (10^{-1})^2$

$$\Delta V = \frac{Q\,10^{-3} m}{\varepsilon_0 \pi (10^{-2})} = \frac{Q . 10^{-1}}{\varepsilon_0 \pi}$$

Al conectar los capacitores entre sí se carga el descargado hasta igualar el potencial.

Como la carga se conserva.

$$Q_{1f} + Q_2 = 2{,}7\,nC. \qquad \frac{Q_{1f}}{270pF} = \frac{Q_2 . 10^{-1} m}{\pi\, 8{,}85 . 10^{-12}\, F/m}$$

$$0{,}97 Q_2 + Q_2 = 2{,}7 . 10^{-9} C. \qquad Q_{1f} = \frac{Q_2 . 10^{-1} \cancel{m}\; 270\,pF}{\pi\, 8{,}85\, \frac{pF}{\cancel{m}}}$$

$$1{,}97 Q_2 = 2{,}7 . 10^{-9} C \qquad Q_{1f} = 0{,}97\; Q_2.$$

$$\boxed{Q_2 = 1{,}37\,nC.}$$

$$\boxed{Q_1 = 1{,}33\,nC.}$$

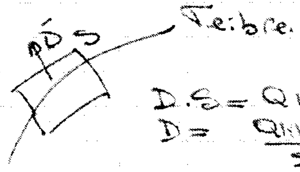
Obtenida la carga y ya que $\bar{E} = \frac{Q}{\varepsilon_0 S}$.

$$\boxed{\bar{E} = \frac{1{,}37\,nC}{8{,}85 . 10^{-12} \frac{F}{m} . \pi . (10^{-1} m)^2} = 4927\, \frac{V}{C}.}$$

Para calcular la carga de polarización:

$\bar{D} = \varepsilon \bar{E}$ (Es un sistema lineal).

$\bar{E} = \dfrac{\bar{D}}{\varepsilon} = \dfrac{Q_{total}}{\varepsilon_0 S}$



$D \cdot S = Q_{libre}$

$D = \dfrac{Q_{libre}}{S}$

$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$

$$\frac{Q_{libre}}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r S} = \frac{Q_{libre} + Q_{pol}}{\varepsilon_0 S}$$

$$Q_{libre} + Q_{pol} = \frac{Q_{libre}}{\varepsilon_r}$$

$$Q_{pol} = Q_{libre}\left(\frac{1}{\varepsilon_r} - 1\right)$$

$$Q_{pol} = 1{,}33\,nC\left(\frac{1}{2} - 1\right)$$

$$\boxed{Q_{pol} = -0{,}67\,nC}$$

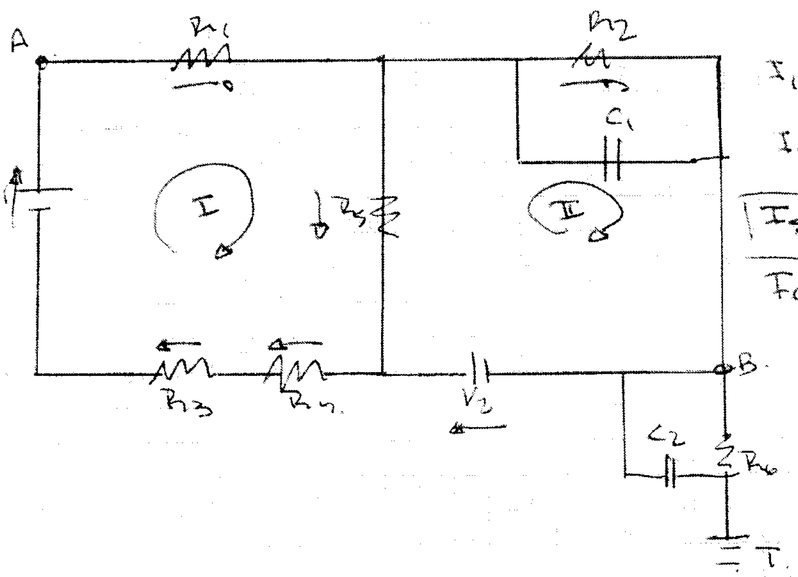
3) En la placa positiva del capacitor, en la negativa la polarización será positiva.

B). $\Delta V_{inicial} = \dfrac{Q \cdot 10^{-1}}{\pi \varepsilon_0} \rightarrow \Delta V_i = \dfrac{1{,}37\,nC \cdot 10^{-1}}{\pi \varepsilon_0} = 4{,}93\,V.$

$\Delta V = \dfrac{Q \cdot d}{\varepsilon_0 \pi \cdot (10^{-2})}$ $\quad \dfrac{6{,}6\,V \cdot \varepsilon_0 \cdot 10^{-2} \cdot \pi}{1{,}37\,nC} = d.$

$$\boxed{d = 1{,}3 \cdot 10^{-3}\,m.}$$

3)



$I_1 = I_3 = I_4 = \frac{16}{31}$ A

$I_2 = \frac{25}{31}$

$\boxed{I_5 = \frac{-7}{31}}$ A

$I_6 = 0$

- Una vez en régimen estacionario, sé que no puede circular corriente por un capacitor.

  Entonces por las ramas de C_1 y C_2 no circula corriente.

- Tomando todo el circuito como nodo, la unica rama entrante (o saliente) es la tierra. Por Kirchhoff entonces se que por la rama a tierra no circula corriente.

  Por lo que es inmediato que $I_{R6} = 0$

Planteo ecuaciones de malla.

(I) • $V_1 - I_1 R_1 - I_{R5} R_5 - I_{R4} R_4 - I_{R3} R_3 = 0$

$10V - I_1 15\Omega - I_5 10\Omega - I_4 5\Omega - I_4 5\Omega = 0$

(II) • $15V + I_5 10\Omega - I_2 15\Omega = 0$

Ecuaciones de nodo

- $I_4 = I_5 + I_2$
- $I_1 = I_5 + I_2$

$\Big\}\ I_1 = I_4$

$$\begin{cases} 10V - I_4 25\Omega - I_5 10\Omega = 0 \\ 15V + I_5 10\Omega - I_2 15\Omega = 0 \\ I_4 = I_5 + I_2 \\ I_1 = I_5 + I_2 \end{cases}$$

en (I)

$10V - I_4 15\Omega - I_5 10\Omega - I_4 10\Omega = 0$

$10V - I_4 25\Omega - I_5 10\Omega = 0$

$I_4 = 0{,}4A - I_5 \cdot 0{,}4$

$0{,}4A - I_5 0{,}4 = I_5 + I_2$

$I_2 = 0{,}4A - 1{,}4 I_5$

$15V + I_5 10\Omega - (0{,}4A - 1{,}4 I_5) 15\Omega = 0$

$15V + I_5\, 10\Omega - (0{,}4A - 1{,}4\, I_5)\, 15\Omega = 0$

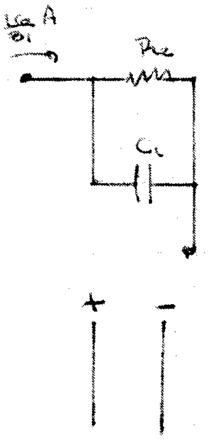
$15V + I_5\, 10\Omega - 6V + I_5 \cdot 21\Omega = 0$

$9V + I_5\, 31\Omega = 0$ $\boxed{I_5 = -\frac{9}{31}\,A}$ → $\boxed{I_2 = \frac{25}{31}\,A}$

$\boxed{I_4 = \frac{16}{31}\,A}$ → $\boxed{I_1 = \frac{16}{31}\,A}$

→ $\boxed{I_3 = \frac{16}{31}\,A}$

$\boxed{I_6 = 0}$

B) 

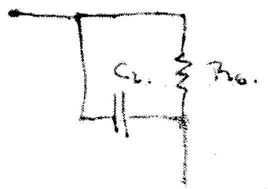
La diferencia de potencial debe ser igual en los puntos remarcados.

$\frac{Q}{C_1} = -\frac{16}{31}\,A \cdot 15\,\Omega.$

$\boxed{Q = -\frac{240}{31}\,V \cdot 30\mu F = -\frac{7200}{31}\,\mu C \cong -232{,}3\,\mu C}$

$U = \frac{1}{2} C \Delta V^2 = \frac{1}{2}\, 30\mu F \cdot (-232{,}3\,\mu C)^2$

$\boxed{U = 8{,}09 \cdot 10^{-13}\, J \cong 0{,}81\, pJ.}$



Como por R_6 no circula corriente, no hay caída de potencial y por ende no hay carga.

$Q = 0 \qquad U = 0.$

c) empiezo en A.

$\boxed{V_B - V_A = -I_1 R_1 - I_2 R_2 = -\frac{16}{31}\,A \cdot 15\Omega - \frac{25}{31}\,A \cdot 15\Omega \cong -19{,}8V.}$

Como por la rama de R_6 no circula corriente, no hay caída de potencial. Por ende la diferencia entre $\overline{AB}$ es igual a $\overline{AT}$.

$\boxed{\Delta V_{BA} = \Delta_{TA} \cong -19{,}8V.}$

4) $\bar{F}_m = q\bar{v}\times\bar{B}$

$\bar{F}_{centripeta} = m \cdot a_c = m \cdot \frac{v^2}{R}$.

$m\frac{v^2}{R} = q \cdot v \cdot B$.

$R = \frac{m\,v}{q \cdot B}$ V: velocidad tangencial (de rotación).

El paso es la distancia que recorre al cabo de una revolución.

$$\text{Paso} = v' \cdot T = v' \cdot \left(\frac{2\pi R}{v}\right) = \frac{v'\, 2\pi R}{v} = \frac{v'\, 2\pi\, m\, v}{v \cdot q \cdot B} = \frac{v'\, 2\pi\, m}{q B}.$$

$$\boxed{\text{Paso} = \frac{v'\, 2\pi\, m}{q \cdot B}}$$

v': velocidad de traslación.

$$V = \frac{R\, q\, B}{m} = 10^{-3}\, m\ 1{,}6 \cdot 10^{-19}\, C\ (1{,}67 \cdot 10^{-27}\, Kg)^{-1} \cdot (-1)\, T = -2{,}7 \cdot 10^{5}\, \frac{m}{s}.$$

$$V' = \frac{6{,}28\ 10^{-3}\, m \cdot 1{,}6\ 10^{-19}\, C \cdot (-1)\, T}{2\pi \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}\, Kg} = -9{,}5\ 10^{4}\, \frac{m}{s}$$

$$|V_{tot}| = (v^2 + v'^2)^{1/2} = 28{,}6 \cdot 10^{4}\, \frac{m}{s}.$$